Doctorado en Economía, y
Maestría en T. y P. Económica Avanzada
FACES, UCV

Prof. Angel García Banchs
contact@angelgarciabanchs.com

# *Microeconomía I*

Clase/Semana 4

**Problema del consumidor**

Formalmente:

1) Plantear el Lagrange y encontrar los puntos óptimos

$$L = \mathrm{x}_1^{\alpha 1}\mathrm{x}_2^{\alpha 2} - \lambda[\mathrm{p}_1\mathrm{x}_1 + \mathrm{p}_2\mathrm{x}_2 - m]$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathrm{x}_1} = 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial \mathrm{x}_2} = 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$$

2) Determinar si corresponde a un máximo (Hessiano restringido)

$$H_R = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 L(\mathrm{x}_1^*, \mathrm{x}_2^*, \lambda^*)}{\partial \mathrm{x}_1 \partial \mathrm{x}_1} & \dfrac{\partial^2 L(\mathrm{x}_1^*, \mathrm{x}_2^*, \lambda^*)}{\partial \mathrm{x}_1 \partial \mathrm{x}_2} & \dfrac{\partial g(\mathrm{x}_1^*, \mathrm{x}_2^*)}{\partial \mathrm{x}_1} \\ \dfrac{\partial^2 L(\mathrm{x}_1^*, \mathrm{x}_2^*, \lambda^*)}{\partial \mathrm{x}_2 \partial \mathrm{x}_1} & \dfrac{\partial^2 L(\mathrm{x}_1^*, \mathrm{x}_2^*, \lambda^*)}{\partial \mathrm{x}_2 \partial \mathrm{x}_2} & \dfrac{\partial g(\mathrm{x}_1^*, \mathrm{x}_2^*)}{\partial \mathrm{x}_2} \\ \dfrac{\partial g(\mathrm{x}_1^*, \mathrm{x}_2^*)}{\partial \mathrm{x}_1} & \dfrac{\partial g(\mathrm{x}_1^*, \mathrm{x}_2^*)}{\partial \mathrm{x}_2} & 0 \end{bmatrix}$$

**Problema del consumidor**

Formalmente:

$$H_R = \begin{bmatrix} \alpha_1(\alpha_1 - 1)x_1^{\alpha 1-2}x_2^{\alpha 2} & \alpha_1\alpha_2 x_1^{\alpha 1-1}x_2^{\alpha 2-1} & p_1 \\ \alpha_1\alpha_2 x_1^{\alpha 1-1}x_2^{\alpha 2-1} & \alpha_2(\alpha_2 - 1)x_1^{\alpha 1}x_2^{\alpha 2-2} & p_2 \\ p_1 & p_2 & 0 \end{bmatrix}$$

Hallar el determinante (regla de Laplace - Pierre-Simon Laplace – e.g. 3 fila )

$$\left|H_R\right| = (-1)^4 \times p_1 \begin{vmatrix} \alpha_1\alpha_2 x_1^{\alpha 1-1}x_2^{\alpha 2-1} & p_1 \\ \alpha_2(\alpha_2 - 1)x_1^{\alpha 1}x_2^{\alpha 2-2} & p_2 \end{vmatrix} + (-1)^5 \times p_2 \begin{vmatrix} \alpha_1(\alpha_1 - 1)x_1^{\alpha 1-2}x_2^{\alpha 2} & p_1 \\ \alpha_1\alpha_2 x_1^{\alpha 1-1}x_2^{\alpha 2-1} & p_2 \end{vmatrix}$$

$$+ (-1)^6 \times 0 \begin{vmatrix} \alpha_1(\alpha_1 - 1)x_1^{\alpha 1-2}x_2^{\alpha 2} & \alpha_1\alpha_2 x_1^{\alpha 1-1}x_2^{\alpha 2-1} \\ \alpha_1\alpha_2 x_1^{\alpha 1-1}x_2^{\alpha 2-1} & \alpha_2(\alpha_2 - 1)x_1^{\alpha 1}x_2^{\alpha 2-2} \end{vmatrix}$$

**Problema del consumidor**

Formalmente:

$(-1)^2 \left| H_R \right| > 0$ queremos que sea positivo para que sea un máximo, y determinar si lo es requiere substituir el valor de $p_1$ y $p_2$ por sus respectivas ecuaciones en términos de $\lambda$, o su valor númerico en caso de ser conocido

**Problema del consumidor**

La ecuación de Slutsky (Eugen Slutsky)

Los cambios en la demanda producto de cambios en precios dependen de dos efectos: el efecto substitución (por el cambio en precios relativos) y el efecto ingreso (por el cambio en poder de compra del consumidor)

$$\frac{\overbrace{\partial x_1^*(m, p_1)}^{\textit{Marshalliana}}}{\partial p_2} = \frac{\overbrace{\partial x_1^*(u, p_1, p_2)}^{\textit{Hicksiana}}}{\partial p_2} - \frac{\overbrace{\partial x_1^*(m, p_1)}^{\textit{Marshalliana}}}{\partial m} \frac{\overbrace{\partial m(u, p_1, p_2)}^{\textit{función de gasto}}}{\partial p_2}$$

$$\frac{\partial x_1^*(m, p_1)}{\partial p_2} = \underbrace{\frac{\partial x_1^*(u, p_1, p_2)}{\partial p_2}}_{\textit{efecto substitución}} - \underbrace{\frac{\partial x_1^*(m, p_1)}{\partial m} x_2^*(m, p_1)}_{\textit{efecto ingreso}}$$

LI: cómo cambia la demanda compensada del bien 1 cuando cambia $p_2$
LD: este cambio es igual al cambio de la demanda manteniendo *m* constante más el cambio en la demanda cuando *m* varía por el cambio de *m* necesario para mantener *u* constante cuando cambia $p_2$.

**Problema del consumidor**

La ecuación de Slutsky (Eugen Slutsky)

En general:

$$\frac{\partial \overbrace{x_i^*(m,p_i)}^{\textit{Marshalliana}}}{\partial p_j}\Delta p_j = \frac{\partial \overbrace{x_i^*(u,p_i,p_j)}^{\textit{Hicksiana}}}{\partial p_j}\Delta p_j - \frac{\partial \overbrace{x_i^*(m,p_i)}^{\textit{Marshalliana}}}{\partial m}\overbrace{\frac{\partial \overbrace{m(u,p_i,p_j)}^{\textit{función de gasto}}}{\partial p_j}\Delta p_j}^{\substack{\text{cambio en ingreso para} \\ \text{mantener utilidad constante}}}$$

## Problema del consumidor

La ecuación de Slutsky (Eugen Slutsky)

Y, ¿qué pasa si $p_1$ y $p_2$ cambian simultáneamente?

$$
\begin{bmatrix} \dfrac{\partial x_1^*(m, p_i)}{\partial p_1} & \dfrac{\partial x_1^*(m, p_i)}{\partial p_2} \\ \dfrac{\partial x_2^*(m, p_i)}{\partial p_1} & \dfrac{\partial x_2^*(m, p_i)}{\partial p_2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta p_1 \\ \Delta p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial x_1^*(u, p_1, p_2)}{\partial p_1} & \dfrac{\partial x_2^*(u, p_1, p_2)}{\partial p_1} \\ \dfrac{\partial x_1^*(u, p_1, p_2)}{\partial p_2} & \dfrac{\partial x_2^*(u, p_1, p_2)}{\partial p_2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta p_1 \\ \Delta p_2 \end{bmatrix}
$$

$$
- \begin{bmatrix} \dfrac{\partial x_1^*(m, p_1)}{\partial m} \\ \dfrac{\partial x_2^*(m, p_2)}{\partial m} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dfrac{\partial m(u, p_1, p_2)}{\partial p_1} & \dfrac{\partial m(u, p_1, p_2)}{\partial p_2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta p_1 \\ \Delta p_2 \end{bmatrix}
$$

## Problema del consumidor

La ecuación de Slutsky (Eugen Slutsky)

Y, ¿qué pasa si $p_1$ y $p_2$ cambian simultáneamente?

$$\begin{bmatrix} \Delta x_1^*(m, p_i) \\ \Delta x_2^*(m, p_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial x_1^*(u, p_1, p_2)}{\partial p_1} & \dfrac{\partial x_2^*(u, p_1, p_2)}{\partial p_1} \\ \dfrac{\partial x_1^*(u, p_1, p_2)}{\partial p_2} & \dfrac{\partial x_2^*(u, p_1, p_2)}{\partial p_2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta p_1 \\ \Delta p_2 \end{bmatrix}$$

$$- \begin{bmatrix} \dfrac{\partial x_1^*(m, p_1)}{\partial m} \\ \dfrac{\partial x_2^*(m, p_2)}{\partial m} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1^*(m, p_1) & x_2^*(m, p_2) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta p_1 \\ \Delta p_2 \end{bmatrix}$$

**Problema del consumidor**

La ecuación de Slutsky (Eugen Slutsky)

Y, ¿qué pasa si $p_1$ y $p_2$ cambian simultáneamente?

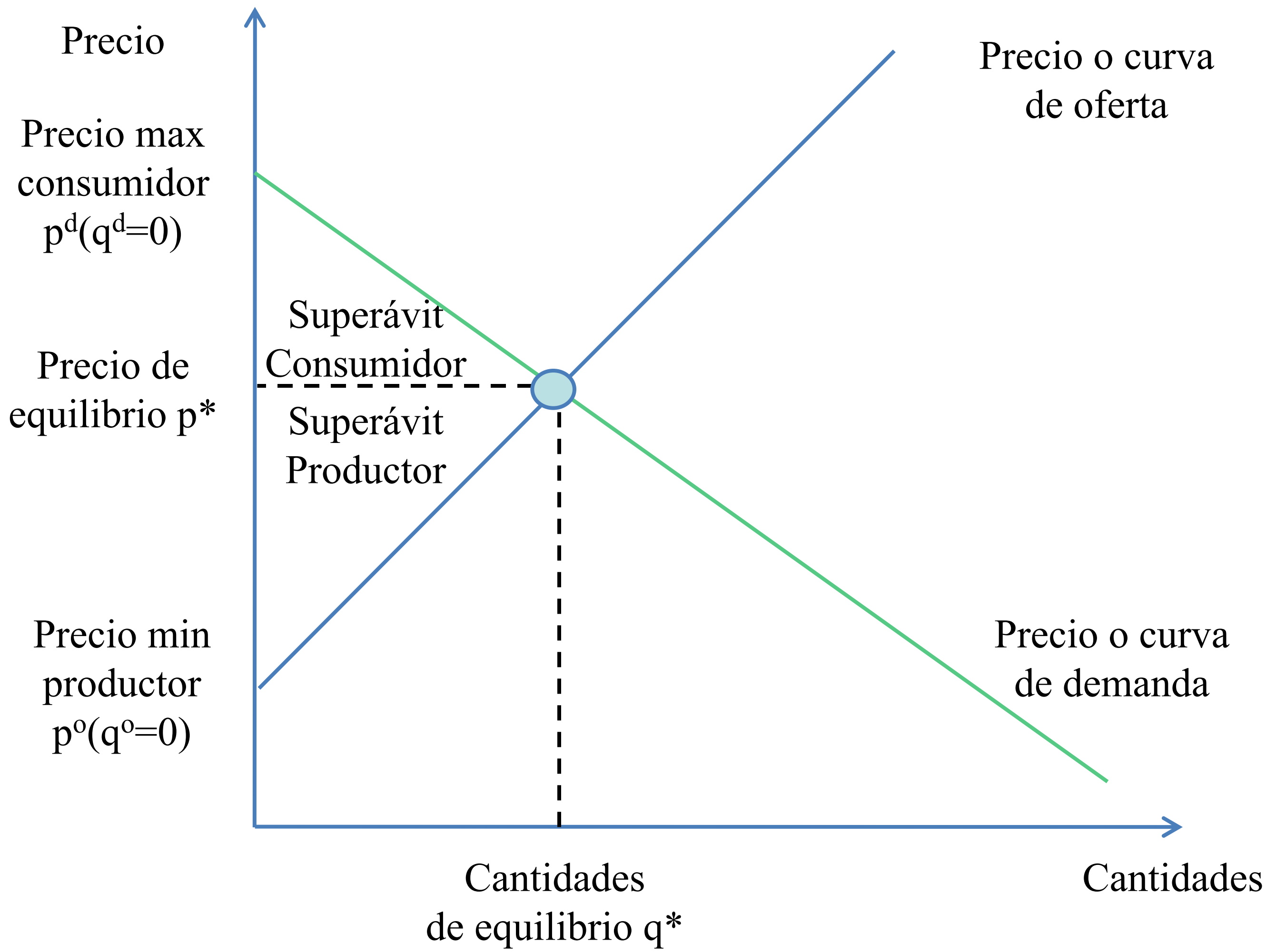
$$
\begin{bmatrix} \Delta x_1^*(m, p_i) \\ \Delta x_2^*(m, p_i) \end{bmatrix} = \left.\begin{bmatrix} \dfrac{\partial x_1^*(u, p_1, p_2)}{\partial p_1} & \dfrac{\partial x_2^*(u, p_1, p_2)}{\partial p_1} \\ \dfrac{\partial x_1^*(u, p_1, p_2)}{\partial p_2} & \dfrac{\partial x_2^*(u, p_1, p_2)}{\partial p_2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta p_1 \\ \Delta p_2 \end{bmatrix} \right\} \textit{substitución}
$$

$$
\left. - \begin{bmatrix} \dfrac{\partial x_1^*(m, p_1)}{\partial m} x_1^*(m, p_1) \\ \dfrac{\partial x_2^*(m, p_2)}{\partial m} x_2^*(m, p_1) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta p_1 \\ \Delta p_2 \end{bmatrix} \right\} \textit{ingreso}
$$

**El Bienestar del consumidor**

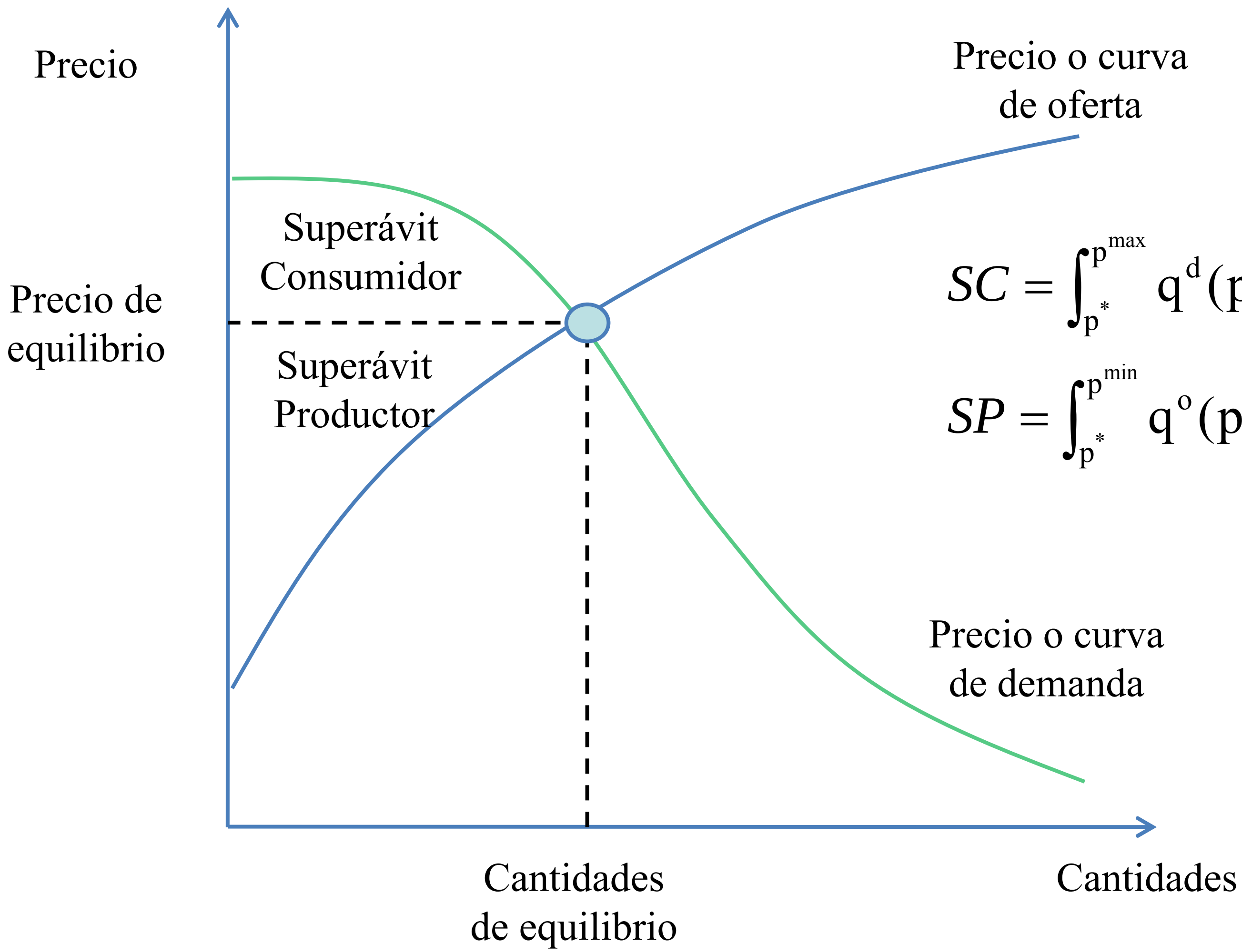
$SC$: ½ [ $p^{max}$ - p*] q*
$SP$: ½ [ p*- $p^{min}$ ] q*

El superávit del consumidor



## El Bienestar del consumidor

El superávit del consumidor




$$SC = \int_{p^*}^{p^{max}} q^d(p)\,dp - p^* q^*$$

$$SP = \int_{p^*}^{p^{min}} q^o(p)\,dp - p^* q^*$$

## El Bienestar del consumidor

Variación equivalente y Variación compensatoria

¿Cómo comparar dos estados distintos de la naturaleza? Es decir, ¿cómo determinar que he estado es superior $(m', \mathrm{p}')$ ó $(m^0, \mathrm{p}^0)$?

$$v(m', \mathrm{p}') - v(m^0, \mathrm{p}^0) \overset{\succ}{\underset{\prec}{=}} 0$$

donde $v(m', \mathrm{p}')$, $v(m^0, \mathrm{p}^0)$ son los niveles de utilidad alcanzados a los niveles de precio y gasto finales e iniciales

El problema es el mismo: las utilidades indirectas de distintos individuos no son comparables. Requerimos entonces una expresión *objetiva* en términos de *dinero* que substituya a la expresión *subjetiva* en términos de *utiles*: **la función de gasto del consumidor**

**El Bienestar del consumidor**

Variación equivalente y Variación compensatoria

$$m(v(m',\mathrm{p}'),\mathrm{p_b}) - m(v(m^0,\mathrm{p}^0),\mathrm{p_b})$$

donde $v(m',\mathrm{p}')$ , $v(m^0,\mathrm{p}^0)$ son los niveles de utilidad alcanzados a los niveles de precio y gasto finales e iniciales, y $\mathrm{p_b}$ el precio base al cual se valora el gasto del consumidor

Variación equivalente : $\mathrm{p_b} = \mathrm{p}^0$

$$VE = m(v(m',\mathrm{p}'),\mathrm{p}^0) - m(v(m^0,\mathrm{p}^0),\mathrm{p}^0) = m(v(m',\mathrm{p}'),\mathrm{p}^0) - m^0$$

Variación compensatoria : $\mathrm{p_b} = \mathrm{p}'$

$$VC = m(v(m',\mathrm{p}'),\mathrm{p}') - m(v(m^0,\mathrm{p}^0),\mathrm{p}') = m' - m(v(m^0,\mathrm{p}^0),\mathrm{p}')$$

**El Bienestar del consumidor**

Variación equivalente y Variación compensatoria

$$\text{Variación equivalente}: \ \mathrm{p}_b = \mathrm{p}^0$$

$$VE = m(v(m', \mathrm{p}'), \mathrm{p}^0) - m(v(m^0, \mathrm{p}^0), \mathrm{p}^0) = m(v(m', \mathrm{p}'), \mathrm{p}^0) - m^0$$

La VE es la cantidad de Bs F a precios iniciales que debería entregársele al consumidor para que éste pueda costear el nuevo nivel de utilidad asociado al nuevo nivel de precios y gasto. Es la cantidad de dinero que el consumidor aceptaría a cambio de un aumento en los precios.

¿ Qué implica $VE<0$? ¿El nuevo estado de la naturaleza deja mejor o peor al consumidor?

**El Bienestar del consumidor**

Variación equivalente y Variación compensatoria

$$\text{Variación compensatoria}: \ \mathrm{p_b} = \mathrm{p}'$$

$$VC = m(v(m', \mathrm{p}'), \mathrm{p}') - m(v(m^0, \mathrm{p}^0), \mathrm{p}') = m' - m(v(m^0, \mathrm{p}^0), \mathrm{p}')$$

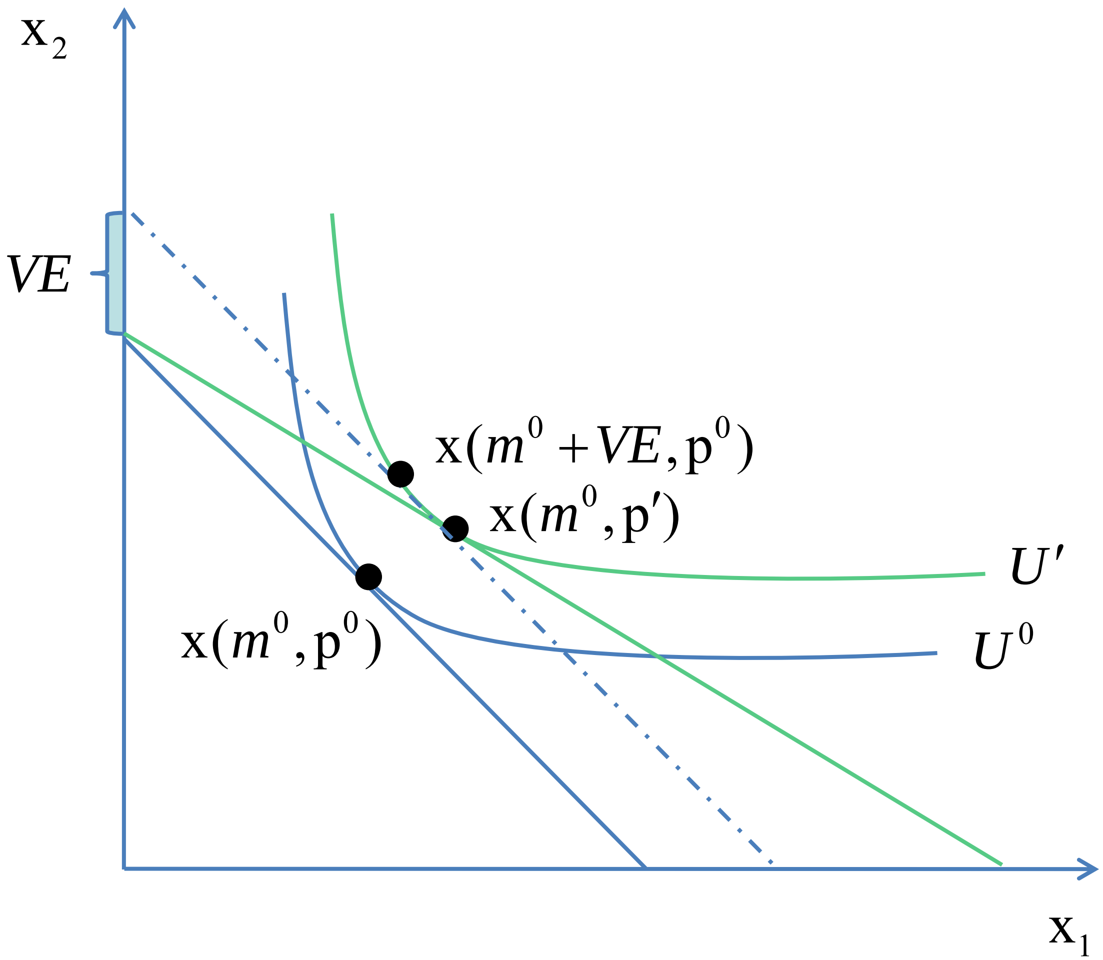
$$= -[m(v(m^0, \mathrm{p}^0), \mathrm{p}') - m']$$

La VC es el negativo de la cantidad de Bs F a precios finales que debería entregársele al consumidor para que éste pueda costear el nivel de utilidad asociado al nivel de precios y gasto inicial. Es la mínima cantidad de dinero (valorada a precios finales) que el consumidor aceptaría del planificador a cambio del aumento en precio. La compensación ocurre después del cambio en precios; por ello, $\mathrm{p_b} = \mathrm{p}'$

¿Qué implica *VC*<0? ¿El nuevo estado de la naturaleza deja mejor o peor al consumidor?

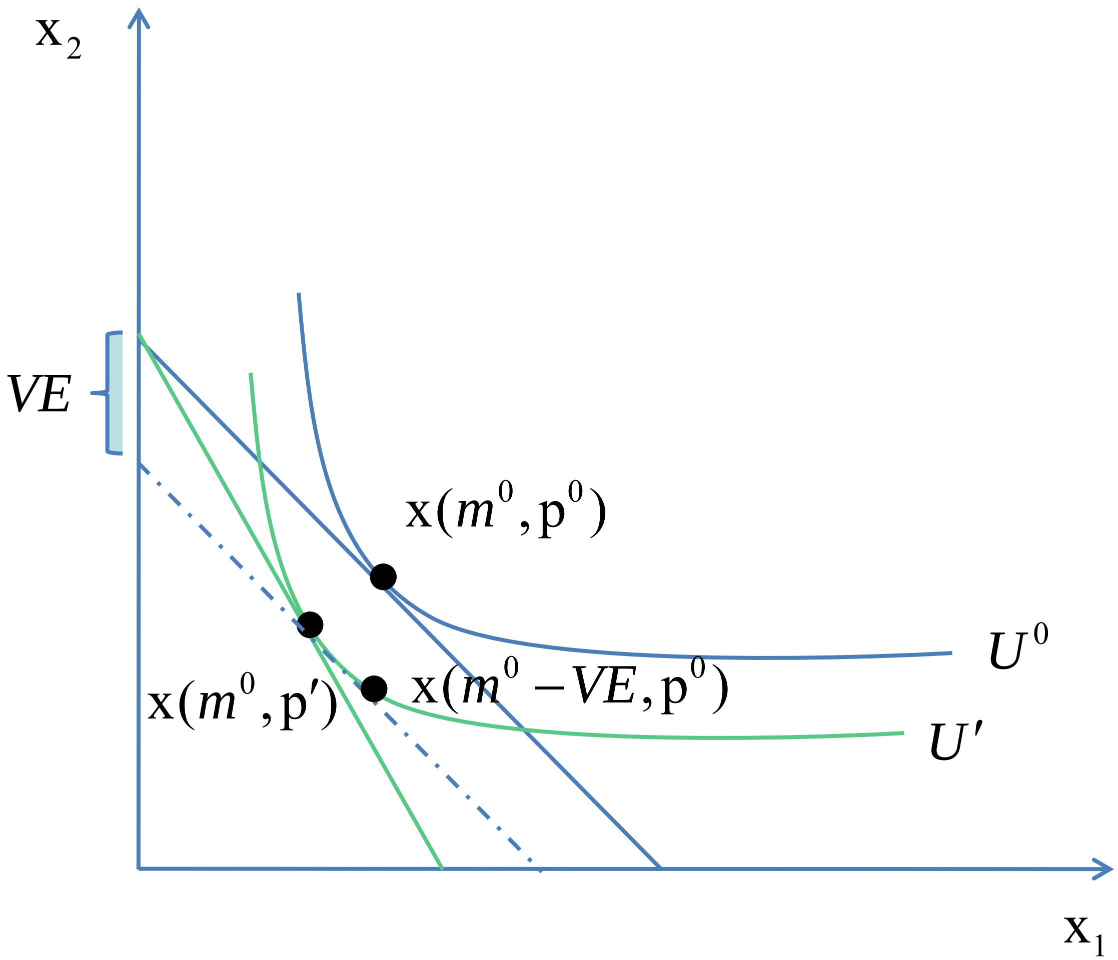
## El Bienestar del consumidor

### Variación equivalente, a raíz de una caída de $p_1$



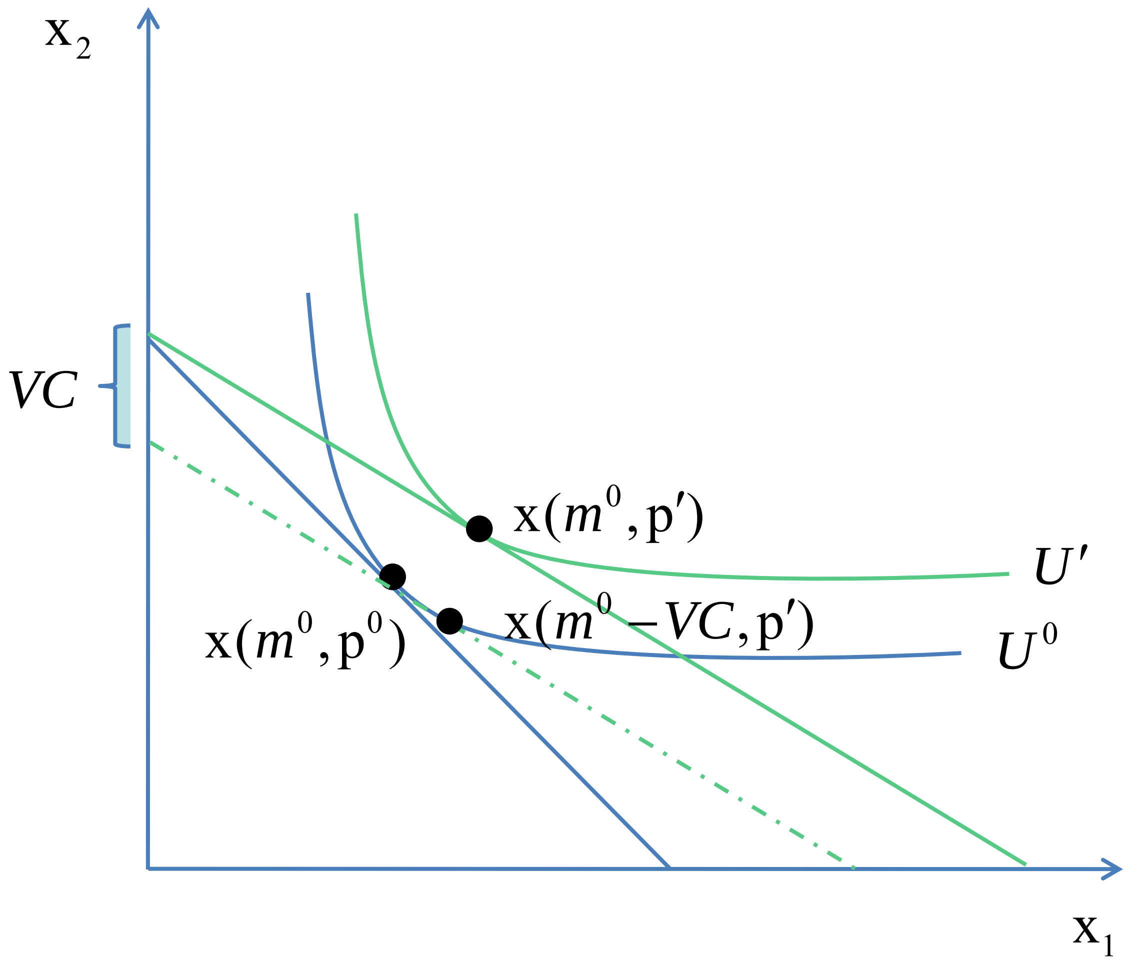
## El Bienestar del consumidor

### Variación equivalente, a raíz de una alza de $p_1$



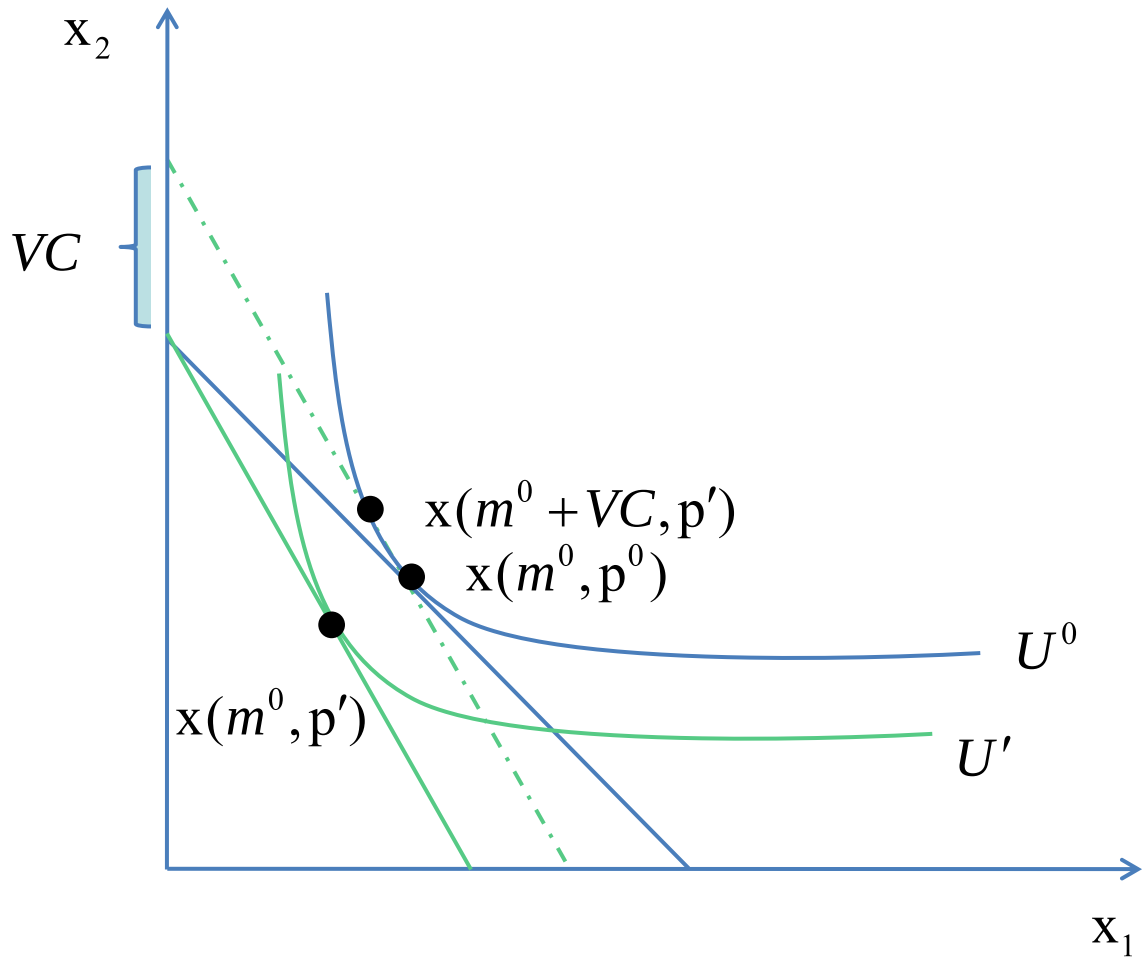
## El Bienestar del consumidor

### Variación compensatoria, a raíz de una caída de $p_1$



## El Bienestar del consumidor

### Variación compensatoria, a raíz de una alza de $p_1$



**El Bienestar del consumidor**

Variación equivalente y Variación compensatoria

Consideremos el caso de dos bienes $x_1$ y $x_2$ con precios $p_1$ y $p_2$, con $\Delta p_1 \neq 0$ y $\Delta p_2 \neq 0$

Variación equivalente : $p_b = (p_1^0, p_2 = p_2^0)$

$$VE = m(v(m', p_1', p_2^0), p_1^0, p_2^0) - m(v(m^0, p_1^0, p_2^0), p_1^0, p_2^0)$$
$$= m(v(m', p_1', p_2^0), p_1^0, p_2^0) - m^0$$

Variación compensatoria : $p_b = (p_1', p_2 = p_2^0)$

$$VC = m(v(m', p_1', p_2^0), p_1', p_2^0) - m(v(m^0, p_1^0, p_2^0), p_1', p_2^0)$$
$$= m' - m(v(m^0, p_1^0, p_2^0), p_1', p_2^0) = -[m(v(m^0, p_1^0, p_2^0), p_1', p_2^0) - m']$$

## El Bienestar del consumidor

Variación equivalente y Variación compensatoria

Consideremos el caso de dos bienes $x_1$ y $x_2$ con precios $p_1$ y $p_2$, con $\Delta p_1 \neq 0$ y $\Delta p_2 \neq 0$

Variación equivalente : $p_b = (p_1^0, p_2 = p_2^0)$

$$VE = \int_{p_1'}^{p_1^0} x_1^* \, dp_1 \text{, una vez substituido el valor de } v = v' \text{ y } p_2$$

Variación compensatoria : $p_b = (p_1', p_2 = p_2^0)$

$$VC = \int_{p_1'}^{p_1^0} x_1^* \, dp_1 \text{, una vez substituido el valor de } v = v^0 \text{ y } p_2$$

**El bienestar del consumidor**

Ejemplo :

$$u(x_1, x_2) = x_1^{1/4} x_2^{1/2}$$

con $\{m^0, p_1^0, p_2^0\} = \{300,4,4\}$ y $\{m', p_1', p_2'\} = \{300,2,4\}$

1) Hallar utilidad indirecta

2) Hallar función de gasto

3) Calcular la utilidad indirecta en la situación inicial

4) Calcular la utilidad indirecta en la situación final

5) Hallar el valor del gasto en los 4 casos, 2 de los cuales ya sabemos

6) Hallar en base a 5) la $VE$ y la $VC$

7) Hallar en base a la demanda hicksiana de $x_1$ la $VE$ (substituyendo $p_2 = 4$, y la $u$ final) y la $VC$ (substituyendo $p_2 = 4$, y la $u$ inicial)

¿Por qué $x_1$ y no $x_2$? Y¿cuando en base a ambos?

## El bienestar del consumidor

Fin clase de hoy…

**Apéndice:**

Material de apoyo…

## Problema del consumidor

El problema de la maximización de la utilidad sujeto a la restricción presupuestaria tiene como dual (i.e. como equivalente) la minimización del gasto en bolívares fuertes necesario para alcanzar un nivel de utilidad dado:

$$
\begin{aligned}
&\max_{x\geq 0} u(x) \\
&s.a.\ \ px \leq m
\end{aligned}
\quad \approx \quad
\begin{aligned}
&\min_{x\geq 0} px \\
&s.a.\ \ v(x) = \overline{u}
\end{aligned}
$$

<u>**Ejemplo**</u>: $u(x) = \mathrm{x}_1^{\alpha 1}\mathrm{x}_2^{\alpha 2}$

$$
\begin{aligned}
&\max_{\{\mathrm{x}_1,\mathrm{x}_2\}} \mathrm{x}_1^{\alpha 1}\mathrm{x}_2^{\alpha 2} \\
&s.a.\ \ \mathrm{p}_1\mathrm{x}_1 + \mathrm{p}_2\mathrm{x}_2 \leq m
\end{aligned}
\quad \approx \quad
\begin{aligned}
&\min_{\{\mathrm{x}_1,\mathrm{x}_2\}} \mathrm{p}_1\mathrm{x}_1 + \mathrm{p}_2\mathrm{x}_2 \\
&s.a.\ \ \mathrm{x}_1^{\alpha 1}\mathrm{x}_2^{\alpha 2} = \overline{u}
\end{aligned}
$$

¿Por qué lo anterior es posible? ¿Qué permite la dualidad?
¿Qué conduce a que la selección de las *x* sea igual en ambos casos?
Y, ¿cuál es la implicación para la distribución del ingreso y las interacciones sociales?

**Problema del consumidor**

Resultado:

$$\max_{\{x_1,x_2\}} x_1^{\alpha 1} x_2^{\alpha 2} \quad \approx \quad \min_{\{x_1,x_2\}} p_1x_1 + p_2x_2$$

$$s.a.\ p_1x_1 + p_2x_2 \leq m \qquad s.a.\ x_1^{\alpha 1} x_2^{\alpha 2} = \overline{u}$$

$$x_1^*(m,p_1) = \frac{m}{p_1}\frac{\alpha_1}{\alpha_1+\alpha_2} \qquad x_1^*(u,p_1,p_2) = \left(\frac{\overline{u}}{\left[\frac{p_1}{p_2}\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right]^{\alpha_2}}\right)^{\frac{1}{\alpha_1+\alpha_2}}$$

$$\approx$$

$$x_2^*(m,p_2) = \frac{m}{p_2}\frac{\alpha_2}{\alpha_1+\alpha_2} \qquad x_2^*(u,p_1,p_2) = \frac{p_1}{p_2}\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\left(\frac{\overline{u}}{\left[\frac{p_1}{p_2}\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right]^{\alpha_2}}\right)^{\frac{1}{\alpha_1+\alpha_2}}$$

Marshalliana

Hicksiana
o compensatoria
¿por qué?

## Problema del consumidor

Resultado:

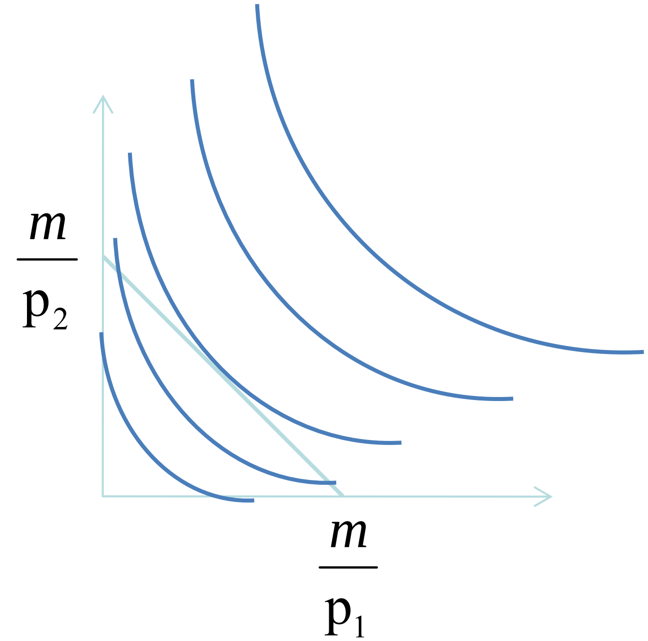
$$\max_{\{x_1, x_2\}} x_1^{\alpha 1} x_2^{\alpha 2}$$

$$s.a. \;\; p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m$$

$$x_1^*(m, p_1) = \frac{m}{p_1} \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}$$

$$x_2^*(m, p_2) = \frac{m}{p_2} \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$$

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1$$




$$\underbrace{\frac{\frac{\partial u(x^*)}{\partial x_1}}{\frac{\partial u(x^*)}{\partial x_2}}}_{TMS-Sub} = \underbrace{\frac{p_1}{p_2}}_{TES-Obj}$$

$$BM = CM$$

**Problema del consumidor**

Resultado:

La función de demanda del bien *l* depende únicamente del *l*-avo precio, además de ser homogéneo de grado 0 en *m* y *p,* y lineal en *m*. Por ello, su elasticidad ingreso es 1.

$$e_{x_l^*,m} = \frac{\partial x_l^*(m, p_l)}{\partial m}\frac{m}{x_l^*} = 1, \text{ para } l = 1,2...$$

Función de utilidad indirecta:

$$u(x_1^*, x_2^*) = v(m, p_1, p_2) = \left[\frac{m}{p_1}\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}\right]^{\alpha 1}\left[\frac{m}{p_2}\frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}\right]^{\alpha 2}$$

$$= m^{\alpha 1 + \alpha 2} p_1^{-\alpha 1} p_2^{-\alpha 2} \alpha_1^{\alpha 1} \alpha_2^{\alpha 2} (\alpha 1 + \alpha 2)^{-(\alpha 1 + \alpha 2)}$$

$$\frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)}{\partial m} = \frac{\partial v(m, p_1, p_2)}{\partial m} = ?$$

¿A qué debería ser igual?

**Problema del consumidor**

Resultado:

Invertir la función de utilidad indirecta, ¿a qué conduce?

$$u(\mathrm{x}_1^*, \mathrm{x}_2^*) = v(m, \mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2) = \left[\frac{m}{\mathrm{p}_1}\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}\right]^{\alpha 1}\left[\frac{m}{\mathrm{p}_2}\frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}\right]^{\alpha 2}$$

$$m(\overline{u}, \mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2) = \left(\frac{\overline{u}}{\left[\dfrac{\alpha_1}{\mathrm{p}_1(\alpha_1 + \alpha_2)}\right]^{\alpha_1}\left[\dfrac{\alpha_2}{\mathrm{p}_2(\alpha_1 + \alpha_2)}\right]^{\alpha_2}}\right)^{\frac{1}{\alpha_1 + \alpha_2}}$$

¿Función de qué y compensatoria de qué?

Verificarlo substituyendo $\mathrm{x}_1^*(u, \mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2)$ y $\mathrm{x}_2^*(u, \mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2)$
en la función de gasto a minimizar

## Problema del consumidor

$$\max_{x\geq 0} u(x) \quad s.a. \;\; px \leq m$$

Dualidad

$$\min_{x\geq 0} px \quad s.a. \;\; v(x) = \bar{u}$$

Resolver

Resolver

Marshalliana

$$x^*(m,\mathrm{p})$$

Hicksiana

$$x^*(\bar{u},\mathrm{p})$$

Substituir

Substituir

utilidad indirecta

$$v(m,\mathrm{p}) = u(x^*)$$

Inversión

función de gasto

$$m(\bar{u},\mathrm{p}) = px^*$$

**Problema del consumidor**

$$\begin{tikzcd}[column sep=huge, row sep=huge]
\begin{array}{l}\text{utilidad indirecta}\\ v(m,\mathrm{p}) = u(x^{*})\end{array} \arrow[r, leftrightarrow, "\text{Inversión}"] \arrow[d, "\text{Identidad de Roy}"] & \begin{array}{l}\text{función de gasto}\\ m(\overline{u},\mathrm{p}) = px^{*}\end{array} \arrow[d, "\text{Diferenciación}"] \\
\begin{array}{l}\text{Marshalliana } (x_i^{*})\\ x_i^{*}(m,\mathrm{p})\end{array} \arrow[r, leftrightarrow, "\text{Substitución}"] & \begin{array}{l}\text{Hicksiana } (x_i^{*})\\ x_i^{*}(\overline{u},\mathrm{p})\end{array}
\end{tikzcd}$$

**Problema del consumidor**

Diferenciación de la función de gasto con respecto al precio

función de gasto

$$\frac{\partial m(\overline{u}, \mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2)}{\partial \mathrm{p}_1} = \mathrm{x}_1^*(u, \mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2) = {\frac{\overline{u}}{\left[\frac{\mathrm{p}_1}{\mathrm{p}_2}\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right]^{\alpha_2}}}^{\frac{1}{\alpha_1+\alpha_2}}$$

Cuánto debe aumentar el gasto para mantener fijo el nivel de utilidad cuando cambia el precio del bien i depende de la demanda del bien i

**Problema del consumidor**

Identidad de Roy (Rene Roy)

Escribiendo la función de utilidad indirecta con $m(\bar{u}, \mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2)$

$$v(m, \mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2) = v(m(\bar{u}, \mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2), \mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2) = \bar{u}$$

y diferenciando ambos lados con respecto a $\mathrm{p}_1$ (o en general $\mathrm{p}_i$)

$$\frac{\partial v(m(\bar{u}, \mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2), \mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2)}{\partial \mathrm{p}_1} = 0$$

$$\frac{\partial v(m(\bar{u}, \mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2), \mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2)}{\partial m} \frac{\partial m(\bar{u}, \mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2)}{\partial \mathrm{p}_1} + \frac{\partial v(m(\bar{u}, \mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2), \mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2)}{\partial \mathrm{p}_1} = 0$$

$$\frac{\partial m(\bar{u}, \mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2)}{\partial \mathrm{p}_1} = -\frac{\dfrac{\partial v(m(\bar{u}, \mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2), \mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2)}{\partial \mathrm{p}_1}}{\dfrac{\partial v(m(\bar{u}, \mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2), \mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2)}{\partial m}} = \mathrm{x}_1^*(m, \mathrm{p})$$