Doctorado en Economía, y
Maestría en T. y P. Económica Avanzada
FACES, UCV

Prof. Angel García Banchs
contact@angelgarciabanchs.com

Microeconomía I

Clase/Semana 7

Teoría de la producción

El punto de partida del análisis de las decisiones de producción es el problema de minimizar los costos de producir un nivel dado de producto sujeto a restricciones presupuestarias.

Aún cuando hasta este punto, el nivel de producto es un dato del problema, éste es importante porque la minimización de costos es condición necesaria para la maximización de los beneficios y la asignación eficiente de los recursos.

Teoría de la producción

La firma transforma un gran número de insumos en producto. Pero para simplificar el análisis consideraremos el caso de una firma que para producir un solo producto y utiliza dos insumos $z = (z_1, z_2)$

Utilizaremos una función de producción para resumir las restricciones técnicas que afectan las decisiones de producción de la firma.
Pero también hablaremos de la frontera de posibilidades de producción como una descripción alternativa del producto factible y las combinaciones de insumos.

Teoría de la producción

La *función de producción* de la firma $f(z_1, z_2)$ reporta el máximo nivel de producto que puede alcanzarse por medio de la combinación de insumos (z_1, z_2), de forma tal que la restricción tecnológica puede expresarse como:

$$0 \leq y \leq f(z_1, z_2) = f(z)$$

Pero, en la práctica, descartaremos la posibilidad de que la firma sea ineficiente:

$$y < f(z_1, z_2) = f(z)$$

Por ello, asumiremos que la firma es eficiente:

$$0 \leq y = f(z_1, z_2) = f(z)$$

Teoría de la producción

Restricciones tecnológicas:

$f(0,0)=0$ es esencial incorporar insumos para poder producir; no existe tal cosa como un almuerzo gratis.

$f(0,z_2)=0$ también pudiera ocurrir que un insumo en particular (z_1) sea estrictamente esencial.

Asumiremos que $f(z_1,z_2)=f(z)$ es dos veces diferenciable de una forma continua.

Teoría de la producción

El producto marginal *Mpi* del insumo *i* en la producción de *y* es la tasa a la cual el máximo factible nivel de producto *y* cambia en respuesta a un cambio en z_i . Es decir:

$MP_i = \dfrac{\partial f(z_1, z_2)}{\partial z_i} = f_i(z)$ el cual no necesariamente ha de ser positivo

(demasiado fertilizante puede conducir a la reducción de la cosecha)

Lo que sí asumiremos es que existe al menos un insumo cuya productividad marginal es positiva (en el ejemplo anterior: la producción podría aumentar utilizando la misma cantidad de fertilizante en un terreno más grande – incrementando el factor tierra)

Teoría de la producción

El conjunto de insumos requeridos $Z(y^0)$ para el nivel de producto y^0 es el conjunto de combinaciones de insumos que producen al menos y^0

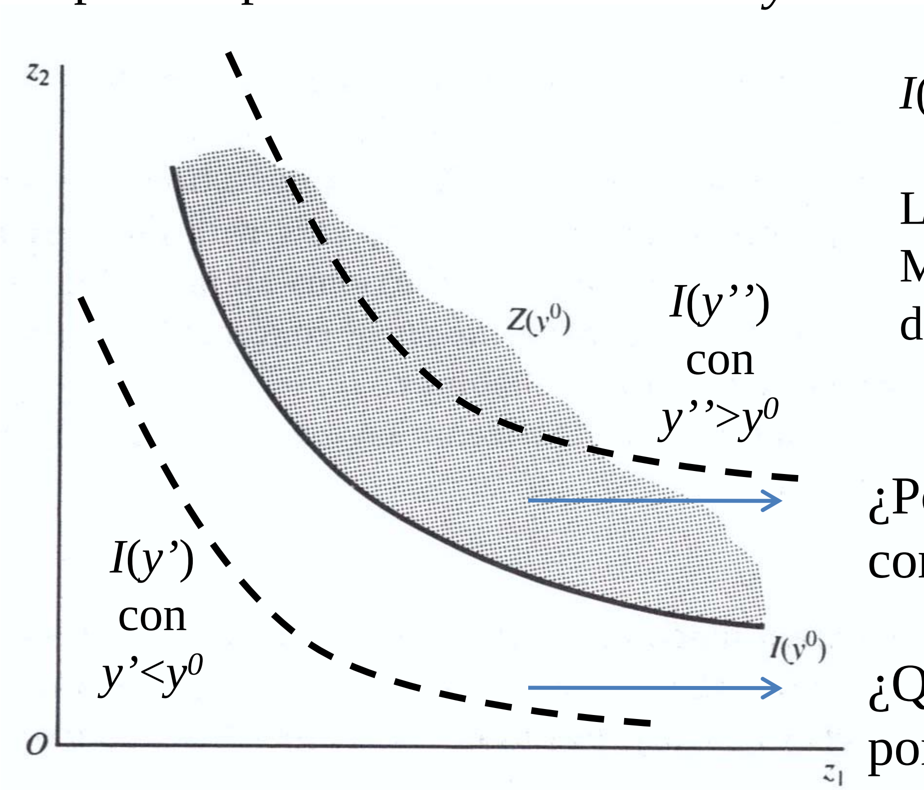
$$Z(y^0) = \{z \mid f(z) \geq y^0\}$$

$Z(y^0)$ es el conjunto factible para la firma asociado al problema de escoger z para minimizar el costo de producir y^0

La desigualdad implica que se trata de un conjunto cerrado. Más aún, si $Z(y^0)$ es convexa, entonces la función de producción de la firma es quasicóncava (recuerden el caso de la función de utilidad cuyos cortes a distintos niveles de utilidad y presupuesto definen las curvas de indiferencia convexas (o de iso-utilidad).

Teoría de la producción

El conjunto de insumos requeridos $Z(y^0)$ para el nivel de producto y^0 corresponde a la zona sombreada. La isocuanta $I(y^0)$ para el nivel de producto y^0 corresponde a las combinaciones de insumos que pueden producir eficientemente y^0.



$I(y^0) = \{ z \mid f(z) = y^0 \}$

Lógicamente, si por lo menos un $Mp_i>0$, entonces, las isocuantas deben ser curvas, en vez de áreas.

¿Por qué son ineficientes las combinaciones del área sombreada?

¿Qué pasa con las combinaciones por debajo del contorno?

Fuente: H Gravelle y R Rees (1992). Microeconomics (2da edición). New York: Addison Wesley Longman Publishing

Teoría de la producción

La isocuanta $I(y^0)$ para el nivel de producto y^0 corresponde al contorno o límite de $Z(y^0)$. Es decir, la isocuanta corresponde igualmente al contorno de la función de producción, ya que satisface la siguiente relación:

$$f(z) = y^0$$

Por tanto, dado y^0, diferenciando, se obtiene que:

$$\frac{\partial f(z)}{\partial z_1} dz_1 + \frac{\partial f(z)}{\partial z_2} dz_2 = f_1(z)\, dz_1 + f_2(z)\, dz_2 = dy^0 = 0$$

De allí que, despejando, se obtenga que:

$$-\left.\frac{dz_2}{dz_1}\right|_{dy=0} = \frac{f_1(z)}{f_2(z)} = \frac{MP_1}{MP_2}$$

Teoría de la producción

El lado izquierdo es el negativo de la pendiente de la isocuanta o, lo que es lo mismo, la tasa a la cual se substituye z_1 con z_2 para mantener el nivel de producto constante.

¿Cómo se llama tal tasa?

La tasa marginal de substitución técnica.

$$TMST_{2,1} = -\left.\frac{dz_2}{dz_1}\right|_{dy=0} = \frac{f_1\ (z)}{f_2\ (z)} = \frac{MP_1}{MP_2}$$

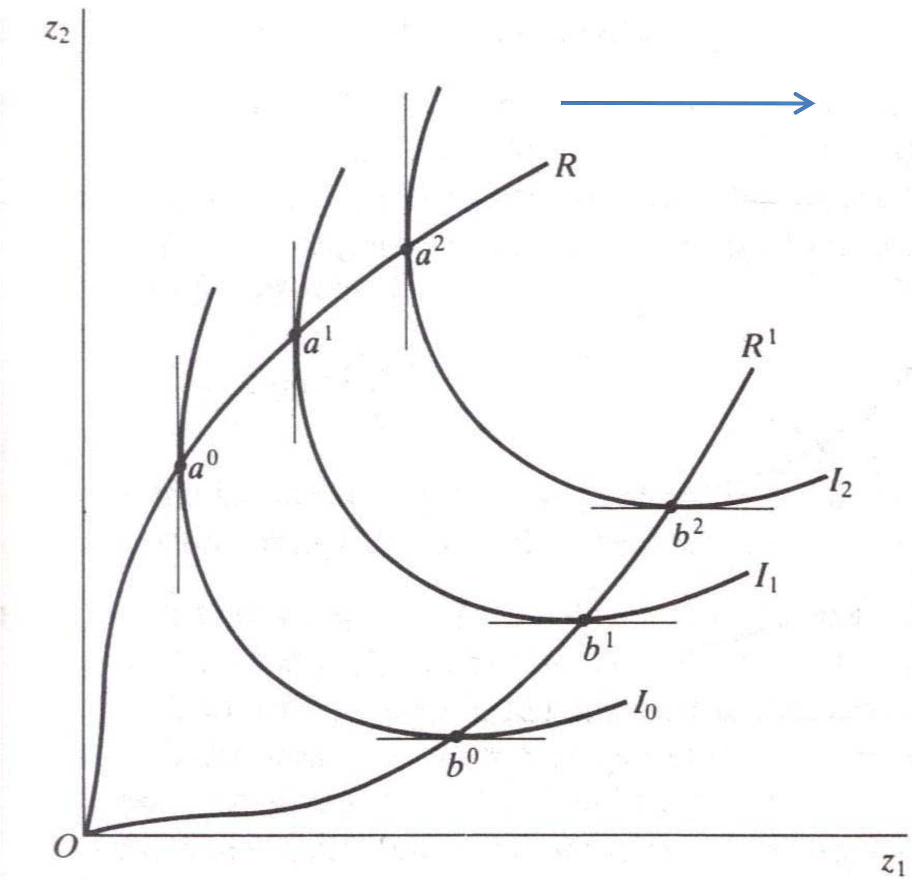
¿Cuál es su análoga en el caso del problema del consumidor?

La tasa marginal de substitución. Sólo que aquí se trata de una tasa objetiva/cardinal, mientras que en el caso del consumidor se trata de una tasa subjetiva/ordinal.

Teoría de la producción

¿Por qué sólo la región entre *R* y *R'* tiene relevancia económica?

$$TMST_{2,1} = -\left.\frac{dz_2}{dz_1}\right|_{dy=0} = \frac{f_1\ (z)}{f_2\ (z)} = \frac{MP_1}{MP_2}$$

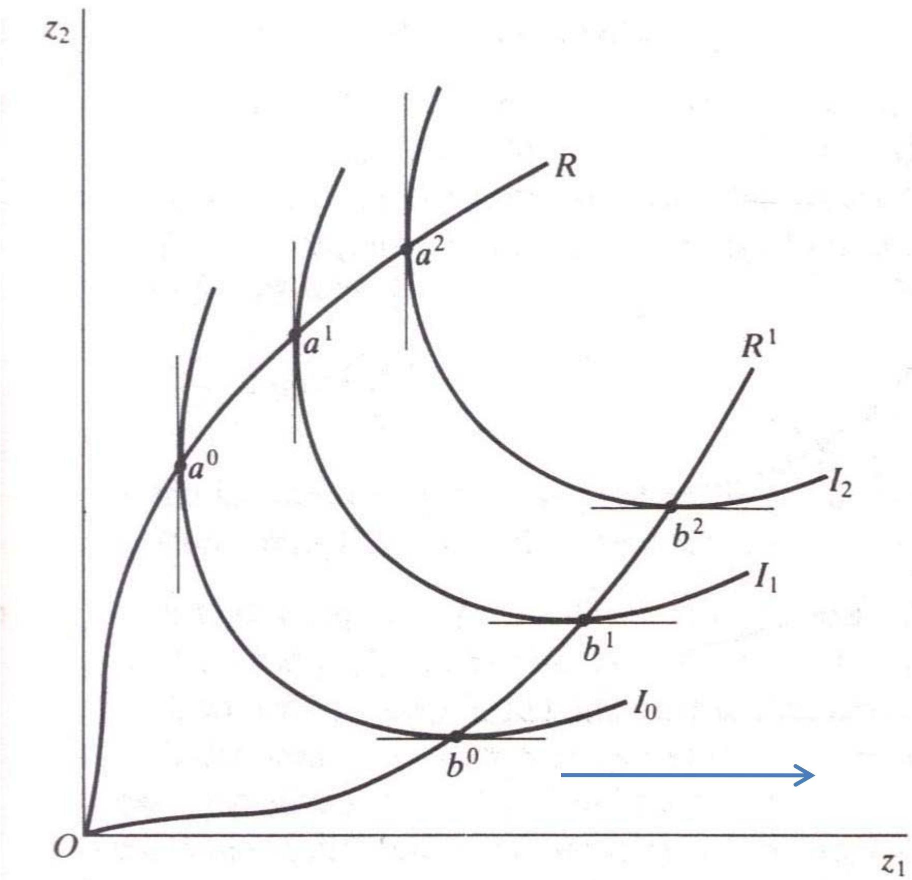


Fuente: H Gravelle y R Rees (1992). Microeconomics (2da edición). New York: Addison Wesley Longman Publishing

¿Cómo es la TMST en esta región? Positiva. En a^0, a^1, a^2 la productividad marginal de z_2 es 0, y arriba de tales puntos es negativa, mientras que la de z_1 es positiva. Ejemplo: encima de a^0,
para mantener el nivel de producto y^0, la productividad marginal negativa de z_2 (e.g. fertilizante – i.e. la caída del producto asociada al aumento de z_2) debe ser compensada con incrementos en z_1 (e.g. tierra) que ofrecen un producto marginal positivo.

Teoría de la producción

¿Por qué sólo la región entre *R* y *R'* tiene relevancia económica?



Fuente: H Gravelle y R Rees (1992). Microeconomics (2da edición). New York: Addison Wesley Longman Publishing

$$TMST_{2,1} = -\left.\frac{dz_2}{dz_1}\right|_{dy=0} = \frac{f_1\ (z)}{f_2\ (z)} = \frac{MP_1}{MP_2}$$

¿Cómo es la TMST en esta región?
Igual es positiva en esta región.
En cualquier punto debajo de b^0, la productividad marginal negativa de z_1 obliga a incrementar las cantidades de z_2 (factor que exhibe una productividad marginal positiva) para poder mantener el nivel de producto y^0 constante.

La utilización de un insumo incrementa la demanda del otro.

¿Es esto eficiente?

Teoría de la producción

¿Por qué sólo la región entre *R* y *R'* tiene relevancia económica?

$$TMST_{2,1} = -\left.\frac{dz_2}{dz_1}\right|_{dy=0} = \frac{f_1\ (z)}{f_2\ (z)} = \frac{MP_1}{MP_2}$$

La diferencia entre eficiencia productiva y eficiencia técnica es esencial. Estar sobre la curva isocuanta garantiza la eficiencia productiva (dada la combinación de insumos, el nivel de producto es máximo), más no garantiza la eficiencia técnica (es decir, no garantiza que para un nivel de producto dado, no exista una combinación de insumos que sea capaz de producir ese nivel de producto con menores cantidades de alguno de los insumos sin que tengan que aumentarse las cantidades de los otros)

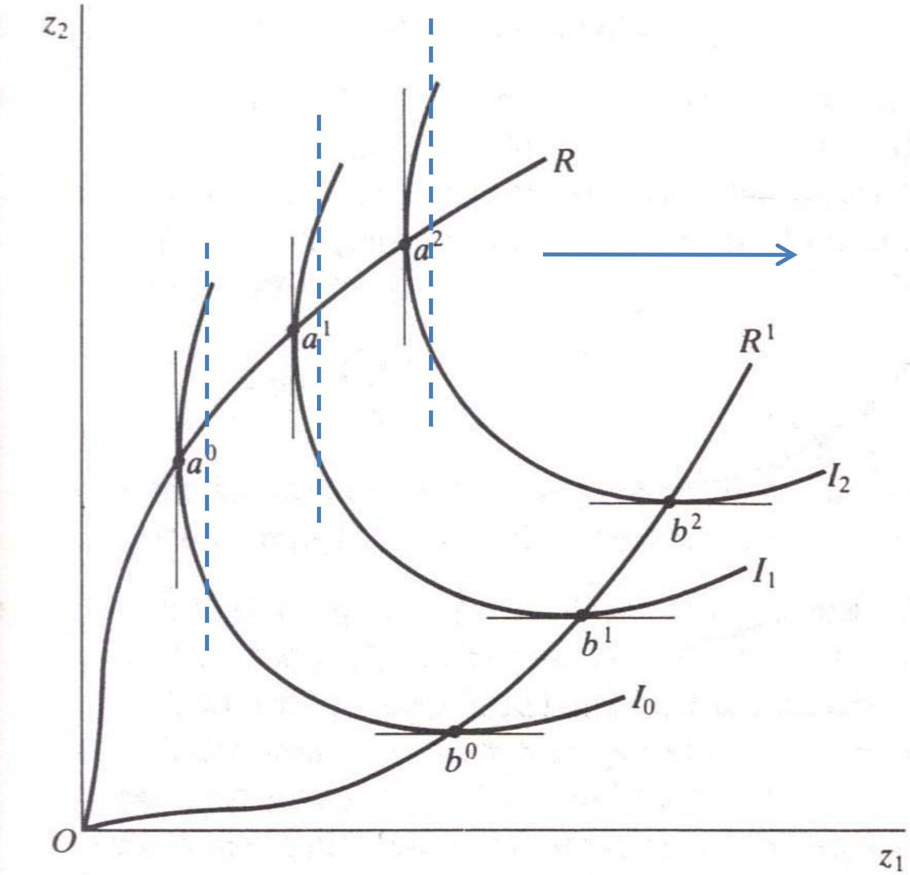
De hecho, sólo la región entre *R* y *R'* tiene relevancia económica, pues ella garantiza la eficiencia productiva y la eficiencia técnica.

Veamos, por qué…

Teoría de la producción

¿Por qué sólo la región entre *R* y *R'* tiene relevancia económica?

$$TMST_{2,1} = -\left.\frac{dz_2}{dz_1}\right|_{dy=0} = \frac{f_1\ (z)}{f_2\ (z)} = \frac{MP_1}{MP_2}$$



¿Cómo es la TMST en esta región?
Negativa, evidentemente.
En la medida en que aumenta z_1, z_2 cae y viceversa, lo cual implica que las productividades marginales de ambos son positivas.

La utilización de un factor disminuye la demanda del otro.

Fuente: H Gravelle y R Rees (1992). Microeconomics (2da edición). New York: Addison Wesley Longman Publishing

Teoría de la producción

¿Por qué sólo la región entre *R* y *R*' tiene relevancia económica?

$$TMST_{2,1} = -\left.\frac{dz_2}{dz_1}\right|_{dy=0} = \frac{f_1(z)}{f_2(z)} = \frac{MP_1}{MP_2}$$

Con tan sólo los precios de los insumos sean no negativos
(i.e. con tan sólo los insumos sean bienes, en vez de males) y
por lo menos uno de ellos tenga un precio positivo, la eficiencia técnica
pasa a ser fundamental porque ella implica que dentro de la
región entre *R* y *R*' (la región económica) el costo de producir y^0
es menor que fuera de ella.

Teoría de la producción

¿Por qué sólo la región entre *R* y *R'* tiene relevancia económica?

$$TMST_{2,1} = -\left.\frac{dz_2}{dz_1}\right|_{dy=0} = \frac{f_1(z)}{f_2(z)} = \frac{MP_1}{MP_2}$$

La tecnología (curvas isocuantas), al igual que las preferencias (curvas de indiferencia), se tiene que asumir que son convexas. Es decir, la función de producción, al igual que la de utilidad, debe ser quasicóncava para generar cortes (niveles) convexos.

Teoría de la producción

¿Por qué sólo la región entre *R* y *R*'
tiene relevancia económica?

Yace aquí la lógica de la substituibilidad de la teoría neoclásica en base a las preferencias (subjetivas/ordinales) y la tecnología (cardinal/objetiva). Pero también yace en la flexibilidad de precios (cambios en los precios relativos – precio de los bienes con respecto a otros bienes, en vez de con respecto al dinero) como mecanismo natural de mercado conducente al equilibrio con abundancia institucional y escasez de recursos (pleno empleo).

Sólo en pleno empleo a cada factor se le remunerará en función de su contribución (productividad) marginal al producto social o, lo que es lo mismo, en base a su escasez relativa en la sociedad.

Teoría de la producción

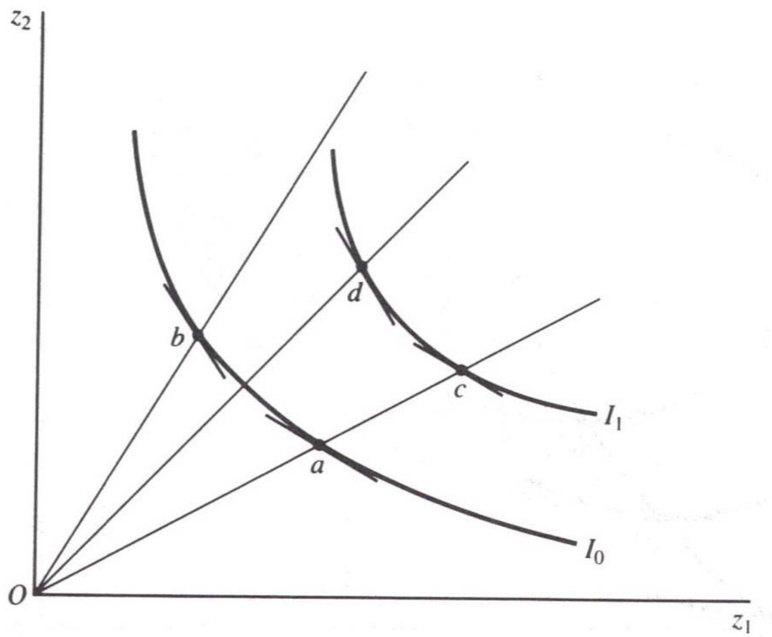
La elasticidad de substitución:

La forma de las curvas isocuantas (veremos en la próxima clase) tiene implicaciones importantes debido al efecto de los cambios en los precios de los insumos, puesto que tales cambios afectan la combinación de los mismos para producir un nivel de producto dado (i.e. un mismo nivel de producto).

Teoría de la producción

La elasticidad de substitución. Por lo pronto, estamos interesados en:

$$\sigma = \frac{d\,(z_2/z_1)}{d\,(f_1/f_2)}\,\frac{(f_1/f_2)}{(z_2/z_1)} = \frac{\dfrac{d\,(z_2/z_1)}{(z_2/z_1)}}{\dfrac{d\,(f_1/f_2)}{(f_1/f_2)}} = \frac{\text{cambio \% en } z_2/z_1}{\text{cambio \% en la } TMST_{2,1}}$$



Relación entre el ratio de los insumos z_2/z_1 y la curvatura de las isocuantas $TMST_{2,1}$

Fuente: H Gravelle y R Rees (1992). Microeconomics (2da edición). New York: Addison Wesley Longman Publishing

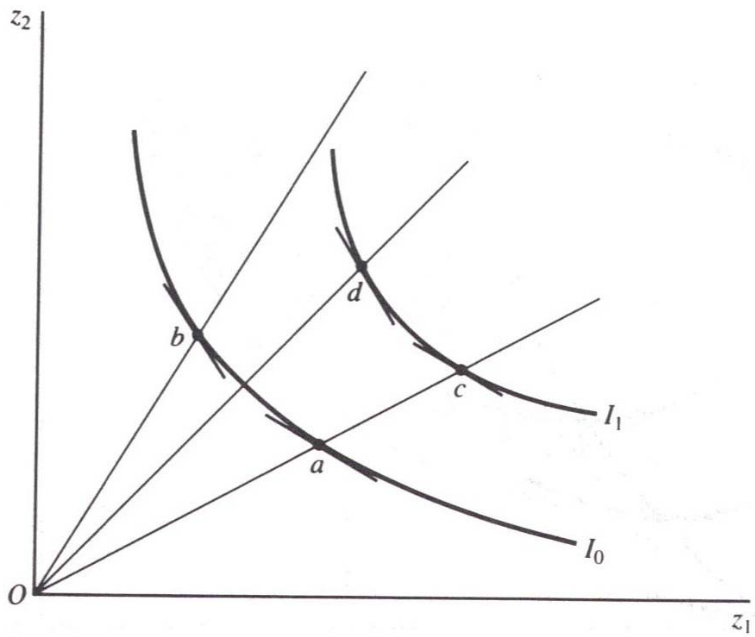
Teoría de la producción

La elasticidad de substitución. Por lo pronto, estamos interesados en:

$$\sigma = \frac{d\,(z_2/z_1)}{d\,(f_1/f_2)}\frac{(f_1/f_2)}{(z_2/z_1)}$$

El cambio en el ratio de los insumos z_2/z_1 viene dado por la diferencia de las pendientes de las rectas *Ob* y *Oa*, y *Od* y *Oc*, mientras que el cambio en la $TMST_{2,1}$ viene dado por la diferencia en las pendientes de las tangentes en los puntos *a*, *b*, *c* y *d*

Nótese que las pendientes de las tangentes son iguales en *a* y *c*, y en *b* y *d*, pero que el ratio z_2/z_1 es mayor en *b* que en *d.* Por tanto, I_1 exhibe una menor elasticidad de substitución que I_0



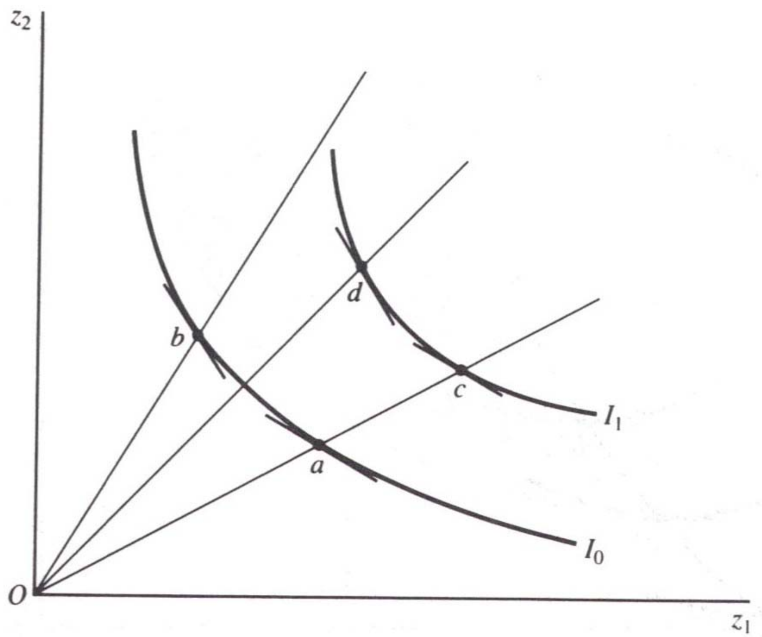
Fuente: H Gravelle y R Rees (1992). Microeconomics (2da edición). New York: Addison Wesley Longman Publishing

Teoría de la producción

La elasticidad de substitución. Por lo pronto, estamos interesados en:

$$\sigma = \frac{d\,(z_2/z_1)}{d\,(f_1/f_2)}\,\frac{(f_1/f_2)}{(z_2/z_1)} = \frac{\text{cambio \% en } z_2/z_1}{\text{cambio \% en la } TMST_{2,1}}$$

Mientras menor sea la elasticidad de substitución más curveada hacia dentro serán las isocuantas, y menor será el cambio proporcional en la combinación factorial asociada con cualquier cambio proporcional en la curvatura de la isocuanta.

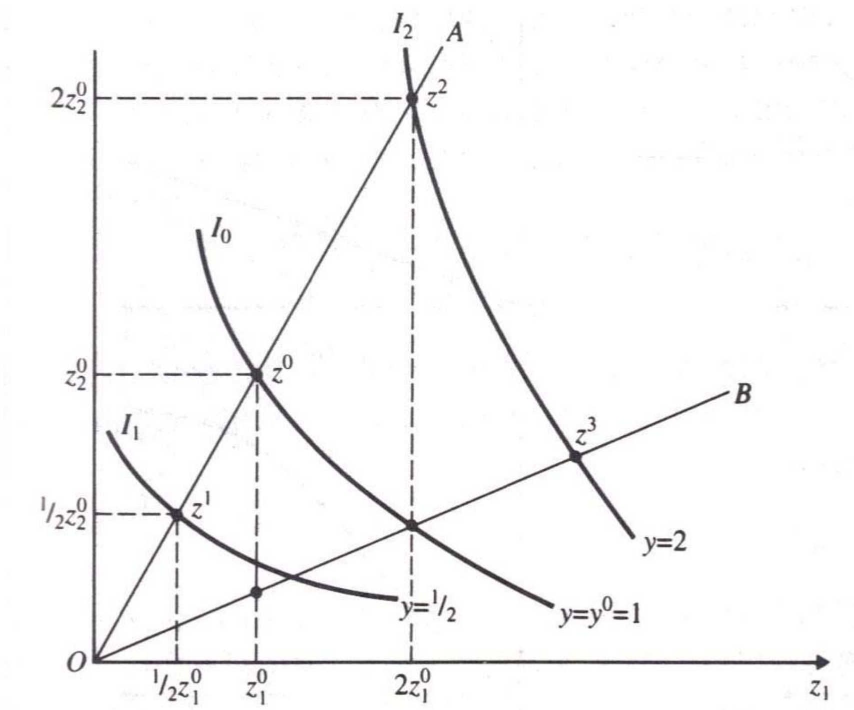


Fuente: H Gravelle y R Rees (1992). Microeconomics (2da edición). New York: Addison Wesley Longman Publishing

Teoría de la producción

Variaciones de escala.

Los cambios en el producto se explican por: (a) cambios en la escala, al variar todos los insumos en la misma proporción, o (b) cambios en la proporciones de los insumos.



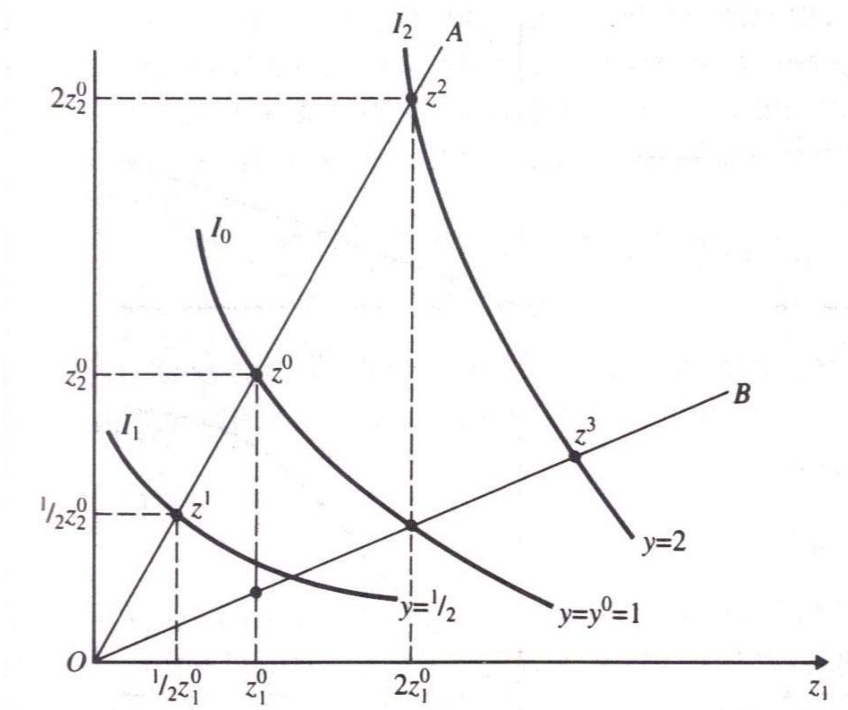
Fuente: H Gravelle y R Rees (1992). Microeconomics (2da edición). New York: Addison Wesley Longman Publishing

El caso (a) se representa por movimientos sobre las rectas *0A* u *0B*. Mientras que el caso (b) por el paso de una recta a la otra. Ejemplo: el producto puede crecer de I_0 a I_2 ya sea doblando la cantidad de ambos factores (pasando de z^0 a z^2), o cambiando su proporción, pasando de de z^0 a z^3 donde el ratio z_2 / z_1 cae.

Consideremos, por ahora, el caso (a).

Teoría de la producción

Variaciones de escala.



Fuente: H Gravelle y R Rees (1992). Microeconomics (2da edición). New York: Addison Wesley Longman Publishing

Tomando como punto de partida z^0 en I_0 y multiplicando cada insumo por un parámetro escalar s»0 equivale a moverse sobre la recta *0A* desde z^0. Si s<1 la escala de producción disminuye (movimiento hacia el origen) y si s>1 aumenta (distanciamiento del origen) . Ejemplo: cuando s = 1/2 se pas de z^0 a z^1 , y cuando s = 2 se alcanza z^2.

Teoría de la producción

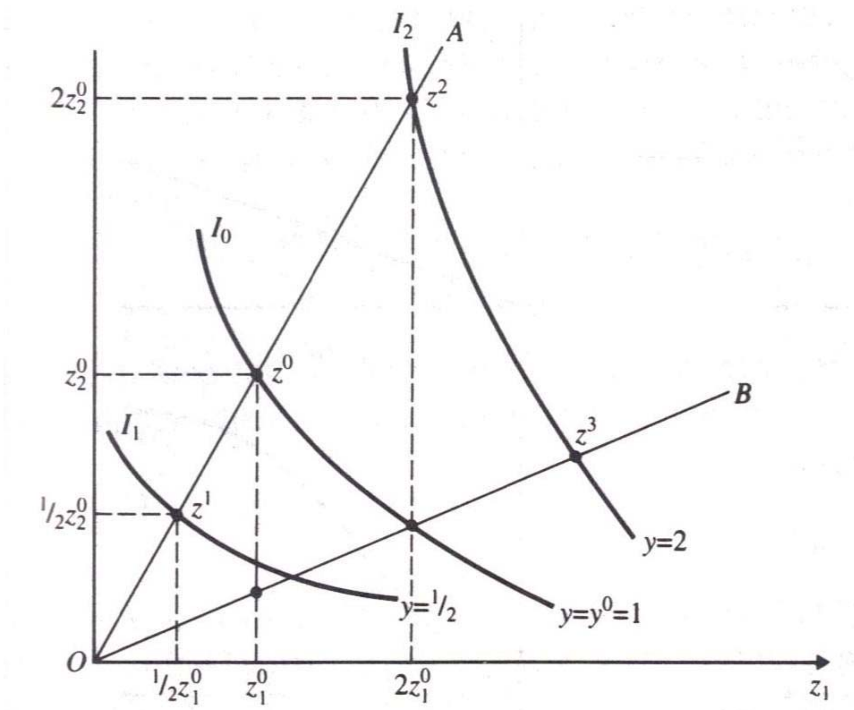
Variaciones de escala.

Para investigar los efectos de los cambios en la escala, podemos, manteniendo la proporción de la combinación de los insumos constante, escribir la función de producción de la siguiente forma:

$$y = f(sz) = y(s;z)$$

La elasticidad o sensibilidad de la producción frente a cambios en la escala E viene dada por:

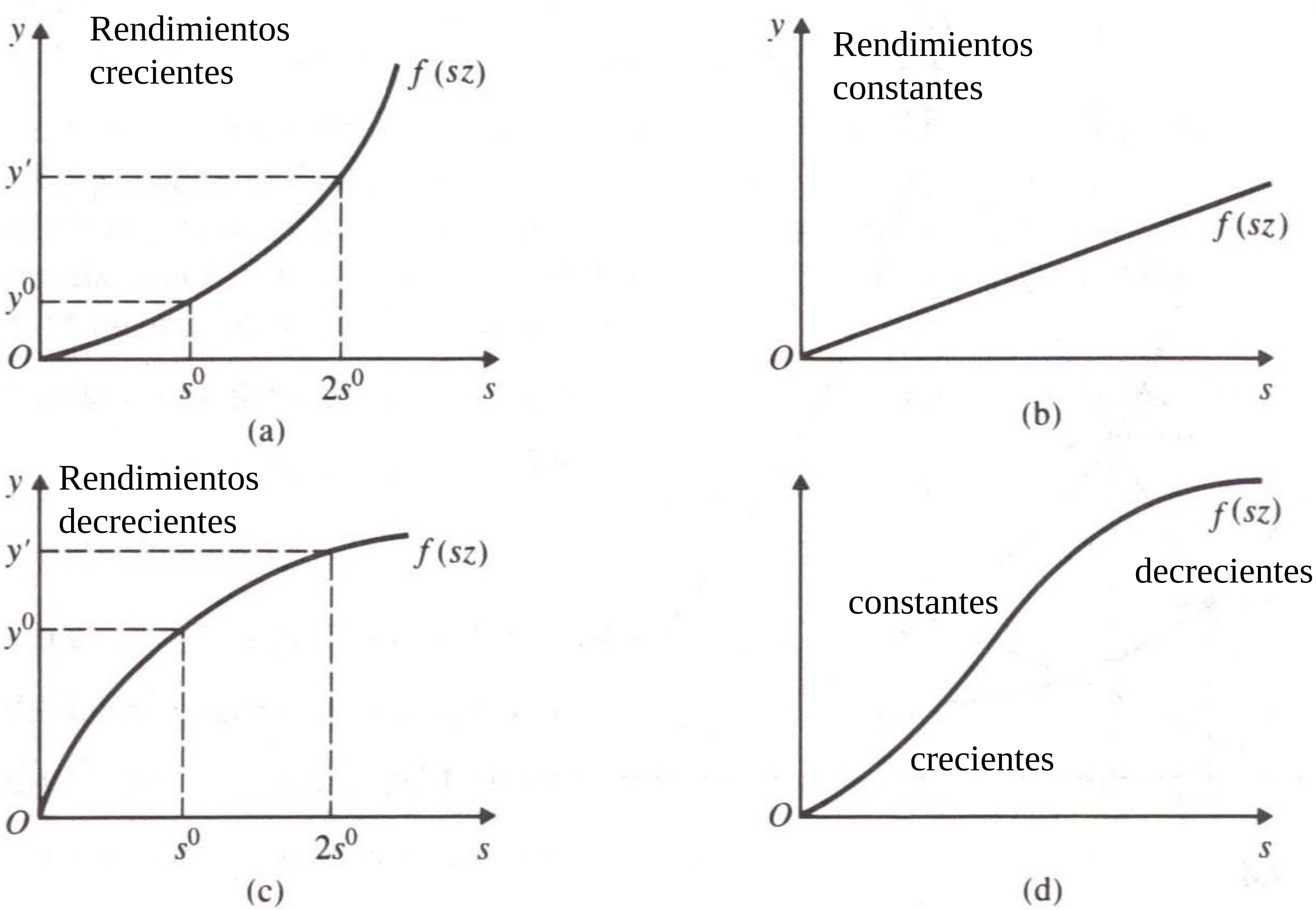
$$E = \frac{dy(s;z)}{ds}\frac{s}{y(s;z)} = \frac{\dfrac{dy(s;z)}{y(s;z)}}{\dfrac{ds}{s}}$$



Fuente: H Gravelle y R Rees (1992). Microeconomics (2da edición). New York: Addison Wesley Longman Publishing

Teoría de la producción

Variaciones de escala. ¿Qué implica *E>1*, *E<1*, *E=1*?



(2da edición). New York: Addison Wesley Longman Publishing

Teoría de la producción

Fin clase de hoy…